

非平衡统计物理作业

第三次

2021 年 11 月 13 日

1. 对均值为 0 的稳恒马可夫过程 $Y(t)$, 证明其自关联函数为:

$$C_\tau = \iint y_1 y_2 T_\tau(y_2|y_1) P_1(y_1) dy_1 dy_2$$

2. 证明讲义 9.4 关于平均磁化强度的子系综例子中, 不可逆弛豫过程中平均磁化强度在线性近似下有以下关系:

$$\langle Y(t) \rangle^* = \langle Y \rangle_0 + \frac{\Delta B}{k_B T} C(t - t_0)$$

3. 证明 Cauchy 过程的跃迁方程符合 Champman Kolmogorov 方程:

$$T_\tau(y_2|y_1) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau}{(y_2 - y_1)^2 + \tau^2} \quad (-\infty < y < +\infty, \tau > 0)$$

4. (1) 对 Wiener 过程, 以 $Y(t_0) = y_0$ 提取一个子系综, 写出 $t > t_0$ 时的 $\langle Y(t) \rangle$ 以及 $\langle Y(t)^2 \rangle$,

(2) 对 Ornstein-Uhlenbeck 过程, 要求与上一问相同。

5. 考虑一个在 2 维正方点阵上的随机行走模型, 步长为 L , 如果限定 $t+1$ 不能与 $t-1$ 在同一个位置, 其余方向等概率, 写出该过程的随机矩阵元 $T(n_2, m_2|n_1, m_1)$ 并求出 t 步后的均方位移 $\langle Y(t) \rangle$ 。

6. 考虑 π^- 衰变可以看作一个分裂过程, 如下图所示共四种状态, 写出对应的 w 矩阵 (分裂过程中的具体概率作为参数使用)。

