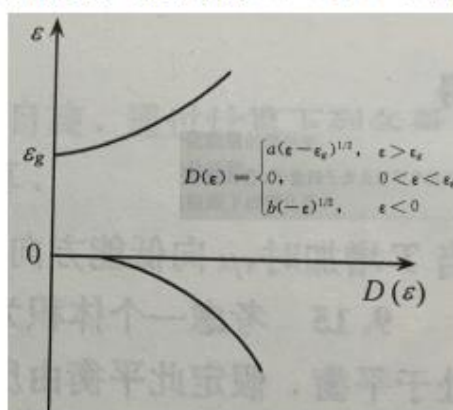


习题一 理想量子气体

1. 极端相对论 ($\epsilon = cp$) 下求三维粒子量子态密度 $D(\epsilon)$;
2. 对理想玻色气体和理想费米气体, $PV = a \langle E \rangle$, 求证对于非相对论情形 $a = 2/3$, 对于相对论气体 $a = 1/3$.

习题二 电子气应用

1. 由电子组成的体系, 设电子间无相互作用, 证明在任何温度 T 下, 在化学势 μ 以上 Δ 处找到电子的概率同 μ 以下 Δ 处没有电子的概率相等;
2. 设态密度 $D(\epsilon)$ 形状和具体表达式如下图所示, $T = 0K$ 时, 所有 $\epsilon < 0$ 的态皆被占据, 其他各态全部空着, 当 $T > 0K$ 时, $\epsilon > 0$ 的某些状态被占, $\epsilon < 0$ 的某些状态空着。如 $a = b$, 求 μ 的值, 如果 $a \neq b$, 写出定 μ 的方程, 并定性讨论 $a > b$ 和 $a < b$ 时 μ 的值;



3. 如果单位体积内有多于 $\epsilon < 0$ 的状态所能容纳的电子 n_d , $T = 0K$ 时确定 μ 的方程是什么? 当 T 增加时, μ 的值如何变动?

习题三 光子气体

写出二维空间中平衡辐射的普朗克公式, 并据此求平均总光子数、内能。已知 $\int_0^\infty \frac{x}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6}$, $\int_0^\infty \frac{x^2}{e^x - 1} dx = 2.404$.

习题四 热辐射

- 1) 计算温度为 T 的平衡热辐射中, 光子能量处于 ϵ 与 $\epsilon + d\epsilon$ 之间的平均光子数。
- 2) 计算单位体积内的平均光子数, 并估计 $T=300K$ (室温) 和 $3K$ (宇宙背景辐射) 所对应的光子数密度值。
- 3) 设空窖有一个小孔, 计算单位时间内从小孔单位面积辐射出去的光子所携带的能量。

习题五 费米气体的基态

- (i) 利用声速公式 $a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$, 证明 $T=0K$ 时的声速为 $a = v_F / \sqrt{3}$, 其中 v_F 为费米速度 ($v_F = p_F / m$).
- (ii) 证明 $T=0K$ 时, 等温压缩系数与绝热压缩系数相等, 满足 $\kappa_T = \kappa_S = \frac{3}{2} \frac{1}{n \mu_0}$, 其中 $\mu_0 = \epsilon_F$ 为费米能, 亦即零温下的化学势。

习题六 态密度

粒子的态密度 $D(\varepsilon)$ 定义为： $D(\varepsilon)d\varepsilon$ 代表粒子能量处于 ε 与 $\varepsilon + d\varepsilon$ 之间的量子态数。

- 1) 求非相对论性的粒子在一维、二维和三维空间运动的对应的态密度 $D(\varepsilon)$ 。
- 2) 求极端相对论性的粒子在一维、二维和三维空间运动的对应的态密度 $D(\varepsilon)$ 。