

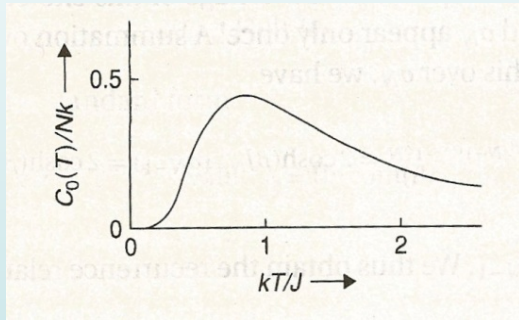


八、晶格统计模型

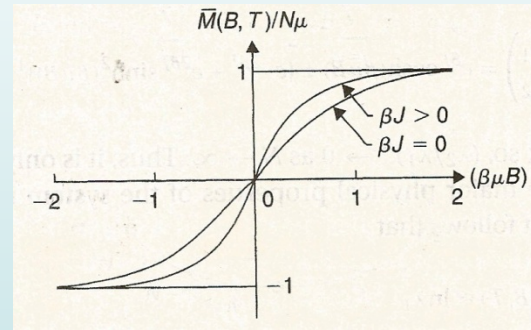
➤ 伊辛模型 (Ising Model)

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} s_i s_j - \mu_0 h \sum_{i=1}^N s_i$$

一维伊辛模型的严格解：转移矩阵法



热容



磁化强度

无外场二维伊辛模型：昂萨格严格解，热力学量，临界指数



➤ 格气模型 (**Lattice Model**)
$$H - \mu N_a = - \sum_{i=1}^N \mu n_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N U_{ij} n_i n_j$$

如果只有临近粒子间有相互作用，且相互作用完全相同，则格气模型与伊辛模型等价。

➤ 外斯模型 (**Weiss Model**) 所有位点上的自旋相互作用的强度完全相同

$$H = -\frac{1}{2} J \sum_{i,j=1}^N s_i s_j - \mu_0 h \sum_{i=1}^N s_i$$

外斯模型的严格解就是分子平均场理论的结果

➤ 海森堡模型 (**Heissenberg Model**) 伊辛模型中自旋的方向可以任意

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - \mu_0 \sum_{i=1}^N \mathbf{h} \cdot \mathbf{s}_i$$



- **XY 模型** 无外场的海森堡模型中，把单位自旋约束在二维空间中连续变化。

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \cos \theta_{ij}$$

二维连续XY模型的低温自旋波行为：具有准长程序的相

有拓扑缺陷的XY模型的涡旋态行为

当 $q = \pm 1$ （最小的绝对值）时，若 $T > \frac{\pi J}{2k_B}$ ，自由能为负，有利于自由单涡旋的存在；

而 $T < \frac{\pi J}{2k_B}$ 时自由能为正，不利于单涡旋的存在，系统处于自旋波态或者有绑定涡旋对的状态。

- **KT相变** 二维空间中破坏旋转对称性的相变。



➤ **高斯模型 (Gaussian Model)** 自旋可以在 $(-\infty, +\infty)$ 之间连续取值，并且概率密度服从高斯分布。问题：温度低于临界点时配分函数发散。

➤ **球状模型 (Spherical Model)** 为了解决高斯模型发散的问题，加微正则约束条件

$$\sum_i s_i^2 = N$$

➤ **平均球状模型 (Mean Spherical Model)** 改为正则约束条件 $\left\langle \sum_i s_i^2 \right\rangle = N$

➤ 空间维数与相变

